



Übungen zum Modul: Algorithmisches Lernen

SS 2012 Blatt 6

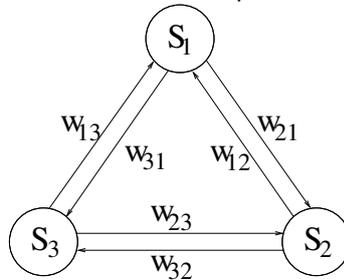
Bearbeitung bis: 16.05.2012

Aufgabe 6.1 Kleines Hopfield Netz

Gegeben sei ein Attraktornetzwerk aus drei Neuronen $i = 1, 2, 3$. Die Abrufdynamik erfolge nach:

$$S_i(t+1) = \text{sign}\left(\sum_j w_{ij} S_j(t) - \theta_i\right), \quad \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Dabei gebe es keine Selbstwechselwirkung ($w_{ii} = 0$) und keine Schwelle ($\theta_i = 0$). Der update der Neurone erfolge asynchron, d.h. immer nur ein Neuron pro Zeitschritt.



Es können folgende Muster anliegen:

Muster	S_1	S_2	S_3
$\vec{\sigma}_1$	-1	-1	-1
$\vec{\sigma}_2$	+1	-1	-1
$\vec{\sigma}_3$	-1	+1	-1
$\vec{\sigma}_4$	+1	+1	-1
$\vec{\sigma}_5$	-1	-1	+1
$\vec{\sigma}_6$	+1	-1	+1
$\vec{\sigma}_7$	-1	+1	+1
$\vec{\sigma}_8$	+1	+1	+1

- (a) Sie möchten das Muster $\vec{\sigma}_7 = (-1, 1, 1)$ speichern. Wie lauten die Gewichte w_{ij} nach der Hebb'schen Lernregel?
- (b) Zeigen Sie, daß das Muster $\vec{\sigma}_7$ stabil ist.
- (c) Berechnen Sie die Energie

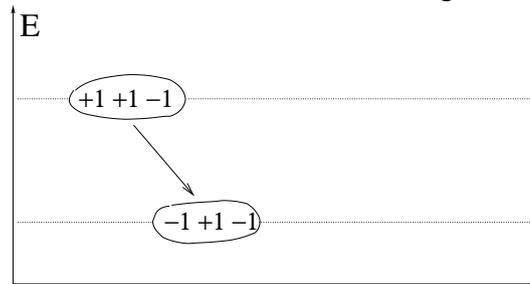
$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j w_{ij} S_i S_j + \sum_i \theta_i S_i$$

für jeden der acht möglichen Zustände. Für welche Zustände ist die Energie minimal?

— bitte wenden —



- (d) Wir möchten nun den Zustand $\vec{\sigma}_7$ gegenüber dem "inversen" Zustand $\vec{\sigma}_2$ vorziehen, d.h. er soll eine geringere Energie haben. Dazu versehen wir Neuron 1 mit einer Schwelle $\theta_1 = 1$. Berechnen Sie wiederum die Energie E für jeden der acht möglichen Zustände.
- (e) Tragen Sie die Energie als Funktion des Zustands in ein Diagramm der Form

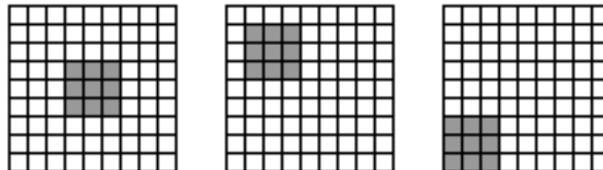


auf! Markieren Sie alle nach Gleichung 1 erlaubten Übergänge durch Pfeile.

- (f) Das Hopfield Netz soll nun folgende vier Muster speichern: $\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_4, \vec{\sigma}_6, \vec{\sigma}_7$ (siehe Tabelle). Zeigen Sie, daß das — sogar mit Schwelle — nicht geht!
Hinweis: Zeichnen Sie im zweidimensionalen Eingaberaum des dritten Neurons die vier zu den Mustern gehörigen Eingaben und die Sollausgabe. Sind die beiden Bereiche, zu denen die Ausgabe +1 bzw. -1 lauten soll, linear separabel?
- (g) Wie kann das Hinzufügen eines vierten Neurons dafür sorgen, dass die gegebenen vier Muster an den drei Neuronen stabil sind?

Aufgabe 6.2 Großes Hopfield Netz

Betrachten Sie ein Attaktornetz, in dem solche Aktivitätsmuster wie in den im Bild gezeigten Beispielen stabil sein sollen. Dabei bedeutet ein graues Quadrat, dass die Aktivität des Neurons +1 ist, ein weißes bedeutet Aktivität -1.



- (a) Wie sehen qualitativ die Gewichte eines gegebenen Neurons aus? Mit wievielen anderen Neuronen muss ein Neuron verbunden sein (wir nehmen an, dass ein Schwellwert benutzt werden kann)?
- (b) Wenn man erreichen möchte, dass von einem Zeitschritt zum nächsten der "Aktivitätshügel" um eine Spalte nach rechts wandert, wie verändert man die Gewichte?

Aufgabe 6.3

In den folgenden Aufgabenblättern 7 und 8 werden Sie sich — nach Ihrer Wahl — entweder mit einem Elman Netz (eine Variation des MLP) oder mit einem SOM Netz genauer beschäftigen. Beide Themen sollen dabei jeweils von mindestens einer Gruppe behandelt werden.

Schauen Sie sich dazu ein Softwarepaket an und führen Sie damit eine beliebige Beispielanwendung, etwa aus dem Tutorial, zum MLP oder zum SOM durch. Zur Auswahl stehen dabei etwa die Werkzeugsammlung, die Sie im ersten Teil der Vorlesung benutzt haben, die auf Aufgabenblatt 5 angegebene Software, der Python Code des Marsland Buchs, oder eine beliebige andere Software.

Beschreiben Sie Ihre Erfahrungen (Installation, Handbuch, GUI, Transparenz des Codes, etc).